

# 國立中央大學八十九學年度轉學生入學試題卷

2 地球科學系 三年級

科目：應用數學

共 1 頁 第 1 頁

參考用

一.  $y$  為  $x$  之函數，解微分方程式  $y' - y = e^{2x}$ .  
(10分)

二.  $y$  為  $x$  之函數，解微分方程式  $y'' + 2y' + 5y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 5$   
(10分)

三.  $y$  為  $x$  之函數，解微分方程式  $y'' - 4y' + 3y = 10e^{-2x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -3$   
(10分)

四. 矩陣  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , (1) 計算其行列式值 (determinant),  
(12分) (2) 求其反矩陣 (逆矩陣, inverse matrix)  $A^{-1}$ , 使  $A^{-1}A = I$

五. 矩陣  $B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ , 求其 (1) 特徵值 (eigenvalues),  
(12分) (2) 特徵向量 (eigenvectors)

六.  $f = e^x \sin y + \cos z$ , 求 (1) 梯度 (gradient)  $\vec{\nabla} f$ , (2) 在點  $(2, \pi, \frac{\pi}{2})$  位置於  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{k}$   
(12分) 方向之方向微分 (directional derivative)  $\frac{df}{d\ell} / \vec{a}$ . ( $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  為 Cartesian 座標系單位向量)

七.  $\vec{C} = y^2 e^z \hat{i} + xy z^2 \hat{j} + x^2 z \hat{k}$ , 求 (1) 散度 (divergence)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{C}$ , (2) 旋度 (curl)  
(12分)  $\vec{\nabla} \times \vec{C}$ , ( $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  為 Cartesian 座標系之單位向量)

八. 試證  $\vec{F} = 2xy \hat{i} + (x^2 + 1) \hat{j} + 6z^2 \hat{k}$  為保守場 (conservative field), 並求其絕量位  
(12分) (scalar potential)  $\phi$ , 使  $\vec{\nabla} \phi = \vec{F}$ . ( $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  為 Cartesian 座標系之單位向量)

九.  $f(x)$  為週期函數,  $f(x) = \begin{cases} -k & \text{if } -\pi < x < 0 \\ k & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases}$  and  $f(x + 2\pi) = f(x)$   
(10分) 求其傅氏係數 (Fourier coefficients)