

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 數學研究所 不分組 科目： 統計 共 / 頁 第 / 頁

1. (20%) 設 X_i 來自 $N(\mu, 1)$ 之機率為 p , 來自 $N(\mu+1, 2)$ 之機率為 $1-p$, $i = 1, \dots, n$, (i) 試求 μ 及 p 之任一一致 (Consistent) 估計式 $\hat{\mu}$ 及 \hat{p} . (ii) 證明 $\hat{\mu}$ 及 \hat{p} 之一致性.

2. (20%) (i) 找出一非退化 (Nondegenerate) 且滿足 $EX = EX^2 = EX^3$ 之隨機變數 X , (ii) 令 X_1, \dots, X_n 表一樣本, 計算 $Var S^2$, 其中 $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 且 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

3. (40%) 令 X_1, \dots, X_n 表一組來自密度函數為 $f(x)$ 之分布的樣本. 考慮下列 $f(x)$ 之估計式:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right),$$

其中

$$K(t) = \frac{1}{2}, -1 \leq t \leq 1,$$

且 h 為一正數. (i) 證明 $\hat{f}(x)$ 為一機率密度函數. (ii) 畫出 $n = 4, h = \frac{1}{2}, x_1 = 1, x_2 = 1.2, x_3 = 1.5, x_4 = 1.8$ 時, $\hat{f}(x)$ 之圖形. (iii) 計算 (ii) 中 $\hat{f}(x)$ 之期望值. (iv) 計算 (ii) 中 $\hat{f}(x)$ 之中位數 (Median).

4. (20%) 擲一骰子 X 次直到 \bar{c} 面都出現過, (i) 計算 EX . (ii) 令 $x_i, i = 1, \dots, n$, 表作上述實驗 n 次之結果, 試檢定 (Test) 此骰子是否公正.

參
考
用