

1. 請解出下列積分值 (20分)

$$(a) \int x^2 e^x dx$$

$$(b) \int x \ln x^n dx$$

$$(c) \int \tan x dx$$

$$(d) \int_0^{e^3-4} \frac{dt}{t+4}$$

2. 請求算下列極限值 (15分)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{t}{n}\right)^{2n}$$

$$(c) \lim_{h \rightarrow 0} h \cot h$$

參考用

3. 設 $e^y + y^2 + 3x^2 = 0$, 求 $\frac{dy}{dx}$ (10分)

4. 求解 $f'(x)$ (15分)

$$(a) f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 3}$$

$$(b) f(x) = e^x \tan x^2$$

$$(c) f(x) = x^x, \quad x > 1$$

注意：背面有試題

5. 求下列函數的極大值與極小值。(10分)

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 7$$

6. 請求算 $f(x) = e^x$ 在 $x=0$ 的三階 Taylor 展開式。(10分)

7. 請檢驗下列級數和是否收斂。(10分)

(a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{e^n}{n!}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

參考用

8. 若 $f(x) = \int_0^{4x} \sin^3 t \, dt$, 則 $f''(x) = ?$ (10分)