

國立中央大學 110 學年度碩士班考試入學試題

所別： 財務金融學系 碩士班 乙組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

科目： 數理統計

本科考試禁用計算器

\*請在答案卷(卡)內作答

※計算題需計算過程，無計算過程者不予計分

1. (15%) Assume that  $Z$  follows a standard normal distribution, i. e.  $Z \sim N(0, 1)$ ,  $\sigma$  is a constant, and  $X = e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma Z}$ . Please compute the value of the expectation given by  $E[\text{Max}(X - 1, 0)] + E[\text{Min}(X - 1, 0)]$ .

2. (15%) Let  $X_1$  and  $X_2$  be two independent random variables and both of them follow a standard normal distribution. Let  $Y = \frac{X_1}{X_2}$ . Please find the probability density function of  $Y$ .

3. (10%) Assume that  $X$  is a random variable with a probability density function  $f(x)$  that is positive and continuous when  $a < x < b$ ; zero elsewhere. The distribution function  $F(x)$  of  $X$  may be written

$$F(x) = \int_a^x f(u)du, \quad a < x < b,$$

$F(x) = 0$  when  $x \leq a$ , and  $F(x) = 1$  when  $x \geq b$ . Assume that there is a number  $M$  of the distribution with  $F(M) = 0.3$ . Let  $X_1, X_2$  and  $X_3$  be a random sample from this distribution. Let  $Y_1 < Y_2 < Y_3$  denote the order statistics of the sample. Please compute the value of  $\Pr(Y_2 < M)$ .

4. (10%) Assume that the joint pdf of  $X$  and  $Y$  is given as follows:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x}e^{-y} & 0 \leq y \leq x < \infty, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Please compute the value  $\Pr(X + Y < 1)$ .

注意:背面有試題

國立中央大學 110 學年度碩士班考試入學試題

共 2 頁 第 2 頁

所別： 財務金融學系 碩士班 乙組(一般生)

科目： 數理統計

本科考試禁用計算器

\*請在答案卷(卡)內作答

5. 在 10 題的是非題測驗中，若某生以猜題方式解題則他答對或答錯的機率各半
- A. 求該生 10 題全猜正確的機率 (5 分)
  - B. 求該生猜對恰好 8 題的機率 (5 分)
6. 自一套撲克牌中，以不放回方式隨機抽出 13 張牌，求抽出 2 張方塊, 4 張黑桃, 3 張紅心, 4 張梅花之機率 (5 分)
7. 設有三個袋子，袋一含 4 個紅球, 5 個白球，袋二含 3 個紅球, 2 個白球，袋三含 1 個紅球, 2 個白球，茲隨機抽一個袋子，再自其中隨機抽出一球，觀此球之顏色，若此被抽中之球為白色，求其來自袋一之機率? (5 分)
8. 設隨機變數  $X$  服從 Gamma( $r = 2, \lambda = 1$ )，且  $X$  的 probability density function (p.d.f.) 為  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(2)} x e^{-x} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$ ，其中  $\Gamma(\cdot)$  為 Gamma 函數，試求隨機變數  $X$  的眾數 (10 分)
9. 設隨機變數  $X$  服從均勻分配  $U(0,1)$ ，試求以下各隨機變數的 pdf (probability density function)
- A.  $Y = X^{1/4}$  (5 分)
  - B.  $W = e^{-X}$  (5 分)
  - C.  $Z = 1 - e^{-X}$  (5 分)
  - D.  $U = X(1 - X)$  (5 分)

**注意:背面有試題**