國立中央大學111學年度碩士班考試入學試題

所別： 大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(一般生) 共2頁 第1頁

大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(在職生)

科目： 流體力學

問答題

1. 由質量保守我們可以推導出下列之方程式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{V}$$

利用這兩個 方程式比較說明 Eulerian viewpoint 與 Lagrangian viewpoint 下之質量保守意義之差異。(10 %)

2. 假設二維風場僅具有切線速度(tangential）分量，此分量於極座標（r，θ）可表示為：$V_\theta = \frac{A}{r}$ （A 為正值常數)：

(1) 求任一圍繞 r = 0 封閉路徑的環流值 (Circulation)。 (5%)

(2) 求任一不包含 r = 0 之封閉路徑的環流值 (Circulation)。 (5%)

(3) 求此風場的渦度 (vorticity)並參考前兩小題(1)及(2)的結果說明渦度與環流的關係為什麼不一致? 解釋其原因。 (5 %)

3. 就二維(r 及 θ 座標)的自由渦旋(free vortex)而言，其速度位分可以表示為 $v_r = 0, v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}, \Gamma = \text{const}$，試求出其流函數(stream function)與速度位(velocity potential)並計算其渦度與環流量。(15 %)

4. (1) 寫出渦度和環流量的數學表示式，並說明其物理意義。(5%)

(2) 請以 Stokes' Theorem 說明渦度與環流量之關係，並說明其應用之限制。(5%)

(3) 由運動方程式解釋環流量變化的方程式

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt}\oint \vec{V} \cdot d\vec{\ell} = -\oint \frac{dp}{\rho} \qquad (5\ \%)$$

(4)什麼是正壓流體？為什麼正壓流體的環流量會守恆。 (5%)

注意:背面有試題

5. 下列 Navier-Stokes Equation

$$\frac{\partial U_i}{\partial t}+U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}+X_i+\frac{v}{3}\frac{\partial}{\partial x_i}(\frac{\partial U_j}{\partial x_j})+v\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

(a) 適用於什麼樣的流體？ (5%)
(b) 解釋上面每一項的物理意義？ (5%)
(c) 在不可壓縮流體下，上述方程式可做什麼變化？ (5%)
(d) 在理想流體的假設下，上述方程式可做什麼變化？ (5%)

6. (1) 何謂無旋性流 (irrotational flow) 或位勢流 (potential flow)？
何謂不可壓縮流體 (incompressible fluid)？(5 %)
(2) 在二維條件下以速度位ϕ及流函數ψ來表示這兩種流體之速度。
導出卡氏座標下，速度分量與流函數及速度位之關係。(5 %)

7. 二維流場中兩點(x_0, y_0)與$(x_0+\delta x, y_0+\delta y)$之速度變差$d\vec{V}$ (或 d u_i)，可以分解成兩部分

$$du_i=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)dx_j+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)dx_j=\frac{1}{2}D\bullet d\bar{r}+\frac{1}{2}\Omega\bullet d\bar{r}$$

$d\bar{r}$ 為(x_0, y_0)至$(x_0+\delta x, y_0+\delta y)$之位置向量

(a) 解釋$\bar{\Omega}$與$\bar{D}$在物理上及數學上表示各代表什麼？ (5 %)
(b) 討論 i=j 和 i≠j 時，D 項的差異及其代表之意義。 (5 %)

注意:背面有試題