

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 化學工程研究所 不分組 科目： 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

- Does the inverse for matrix A exist? If yes, calculate the inverse matrix of A . If not, explain why. (7%)
 - Find the eigenvalues and eigenvectors for matrix B . (8%)

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.5 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & -4 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

- $f = x^4 + y^3 + z$, $\mathbf{v} = (x+y)^2\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} + 2yz\mathbf{k}$, where \mathbf{i} , \mathbf{j} , and \mathbf{k} are unit vectors. Find
 - grad f at $(4, -1, 3)$ (3%)
 - $\nabla^2 f$ (3%)
 - $\mathbf{v} \cdot \nabla f$ (3%)
 - curl \mathbf{v} (3%)
 - $D_x f$ at $(3, 0, 2)$ (3%)

- Find a general solution of the differential equation (10%)

$$y'' + \omega^2 y = r(t)$$

where $r(t) = \cos \alpha t + \cos \beta t$ ($\omega^2 \neq \alpha^2 + \beta^2$)

- Solve the simultaneous ordinary differential equations by Laplace Transform method (15%)

$$\frac{dx}{dt} = 2x - 3y$$

$$\frac{dy}{dt} = y - 2x$$

with $x(0)=8, y(0)=3$

- Find the eigenvalues and eigenfunctions of the following Sturm-Liouville problem

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(\pi) = y(-\pi), \quad y'(\pi) = y'(-\pi)$$

and prove that the orthogonality of the solution by direct calculation. (15%)

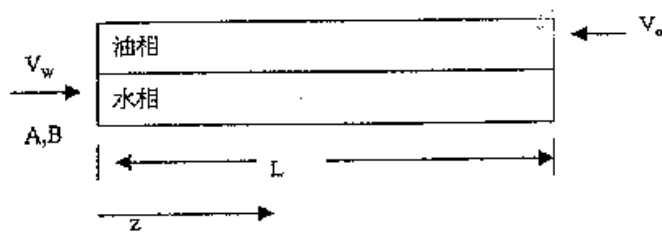
- 有一方管反應器如附圖，長度為 L ，其中上層為油相，並由右邊以 V_o 體積流率流入而由左邊流出。下層為水相，由左邊以 V_w 之體積流率流入而由右邊流出。流入之水相含有 A 與 B 兩反應物。而此二反應物在水中會發生 $A + B \rightleftharpoons C + D$ 之反應。反應速率可以用 $r = k_p C_A C_B$ 描述。自右邊流入之油相中不含 A, B, C 或 D 成分。

a) 假設水相中成分濃度只沿著長度方向改變。請由微分質量平衡方法，建立一微分方程式組來描述水相中各成分濃度隨位置之關係。(10points)

b) 假若此四成分皆會溶於油相，而且溶解速度很快達到平衡。在任何位置之油相中濃度 y_i 與水相中濃度 x_i 之間關係可以線性表示如

$$y_i = K_i x_i, \quad i = A, B, C, D. \text{ 請重新建立描述水相中濃度之方程式組。 (10points)}$$

c) 假若 A, C 成分對油相之溶解度遠大於 B, D 成分，由常識判斷此情況下從左邊流出之油相是否可能只含有 A, B, C 成分。然而由根據你所推導之微分方程式或推導之過程，此一結果是否可能。假若兩者結論相異，問題是產生在何處。(10points)



參考用