

# 台灣聯合大學系統九十二學年度轉學生入學試題卷

類組：A-2

年級：2 節次：1 科目：微積分

共 1 頁 第 1 頁

甲、填空题：每題 10 分。請將答案依題號順序寫在答案卷上，不必寫出演算過程。

1. 求極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{12}} \{1^{10} + 2^{10}(2^2 - 1^2) + 3^{10}(3^2 - 2^2) + \dots + n^{10}(n^2 - (n-1)^2)\} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 令  $g(x) = x^{\sin x} + \int_0^{\sqrt{x}} \frac{dt}{1+t^4}$ . 求微分  $\frac{dg}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 求不定積分  $\int (\ln x)^3 dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 一氣球放置於離張三 500 呎遠之地面，以每分鐘 140 呎上升之速度升空。當氣球上升至離地 500 呎高時，張三看此氣球之仰角的增加速率為每分鐘  $\underline{\hspace{2cm}}$  弧度(radians)。

5. 新婚的小陳計劃買新房子，但目前小陳夫婦僅有存款 25 萬元。倘若小陳夫婦將現有的 25 萬元存款全部投資於國外基金（假設基金的投資報酬率是以連續複利計算），則小陳夫婦所投資基金的年報酬率平均至少  $\underline{\hspace{2cm}}$  % 以上，才得以在三年後支付 45 萬元的頭期款。

6. 在一個半徑為  $R$  公尺的半球形水槽中儲水，當水深為  $\frac{1}{3}R$  公尺時，則水槽中所裝水的容積為  $\underline{\hspace{2cm}}$  立方公尺。

7. 一果農依以往經驗得知：若每一分地（一分 = 293.4 坪）種植 700 株芒果樹時，每顆芒果樹每年平均有 90 公斤的芒果產量。若每分地多種 30 株芒果樹，則每株芒果樹的平均產量減少 3 公斤。這位果農每分地應種植  $\underline{\hspace{2cm}}$  株芒果樹才能獲得最多的芒果產量。

乙、計算題：每題 15 分。須詳細寫出演算過程，否則不予計分。

1. 某大賣場銷售 P 牌洗髮精，每週銷售  $x$  箱時的邊際價格 (marginal price) 函數為  $\frac{-30,000}{(3x+25)^2}$ 。該賣場以每瓶 160 元的價格出售時，每週可賣出 75 箱 P 牌洗髮精。該賣場若以每瓶 140 元的價格出售，則每週可賣出幾箱 P 牌洗髮精？

2. 老李想用鋼板釘製一個沒有上蓋且隔成兩區的金屬箱（如下圖），但老李手上的錢只足夠買 162 呎<sup>2</sup> 的鋼板。請問：老李所釘製金屬箱的長、寬、高應各為多少，才能使得該箱子可以儲存最多的物品？

