

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 資訊管理研究所 丙組 科目: 微積分 共 / 頁 第 / 頁

一、以下各題每題佔5%，任選四題。(20%)

1. 若 $f(x) = \sin \sqrt{x}$ ，試求在 f 的圖形下，從 0 到 π^2 的區域面積。

2. 求出 $\int (\ln x)^2 dx$ 。

3. 試判斷 $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n!$ 是否發散。

4. 試判斷 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n/\ln n$ 是否發散。

5. 某向量(vector)之分量皆為正，其大小為 2，且其方向角都相等，試求出此向量。

二、極座標方程式為 $r = 3 + 2 \sin \theta$ ，試求出在此方程式圖形內且在 $r = 4$ 的圖形外的區域面積。(10%)

三、若一曲線 C 的參數方程式為 $x = 6t + 1$, $y = t^3 - 2t$ ，且 t 為實數，求切於 C 上何點之切線垂直於直線 $3x + 5y - 8 = 0$ (10%)

四、若向量 $\vec{r}(t) = e^t \cos t \vec{i} + e^t \sin t \vec{j}$ ， $0 \leq t \leq \pi$ 。試繪圖當 t 在所述範圍內改變時， $\vec{r}(t)$ 所對應的位置向量之終點所掃瞄成的曲線 C 的圖形。(10%)

五、Let $z = f(x, y)$, $x = g(u)$, $y = h(u, v)$, where f, g and h are twice differentiable. Find $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ and $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v}$. (15%)

六、Find the maximum and minimum values of $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5$ on the closed set $S = \{(x, y) : x^2 + \frac{1}{2}y^2 \leq 1\}$. (15%)

七、Evaluate $\int_0^2 \int_{y/2}^1 (\sin \pi x^2) dx dy$. (10%)

八、Given $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{2\pi}$, evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2/2} dx$. (10%)

參考
考用