

國立中央大學98學年度碩士班考試入學試題卷

所別：地球物理研究所碩士班 一般生 科目：微積分 共 2 頁 第 1 頁

*請在試卷答案卷(卡)內作答

作答時須列出完整計算過程

1. (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} = ?$ (5%)

2. (a) $\frac{d}{d\theta} \tan^{-1} \theta = ?$ (5%) (b) $y = (\ln x)^x, \frac{dy}{dx} = ?$ (5%)

3. (a) $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin mx)(\sin nx) dx = ?$ (m, n 為整數) (5%)

(b) $\int e^{ax} (\cos bx) dx = ?$ (5%)

(c) $\int (\sqrt{x^2 + 1}) x dx = ?$ (5%)

4. Solve $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = \cos 2t$ (10%)

5. Prove the vector identity: $\nabla^2 \vec{u} = \vec{\nabla}(\nabla \cdot \vec{u}) - \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{u}$ (10%)

6. 已知放射性元素的衰減速率與現有的量成正比。試導出半衰期與衰減常數的關係式 (10%)。

7. Find the eigenvalues and eigenvectors of $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ (10%)

8. (a) Find the equation of the tangent line to $xy = 6$ at $x = 1, y = 6$. (5%)

(b) Find the extreme value of $f(x, y) = x^2 - y^2$ along the circle S of radius 1 centered at the origin. (5%)

參考用

注意：背面有試題

國立中央大學98學年度碩士班考試入學試題卷

所別：地球物理研究所碩士班 一般生 科目：微積分 共 2 頁 第 2 頁

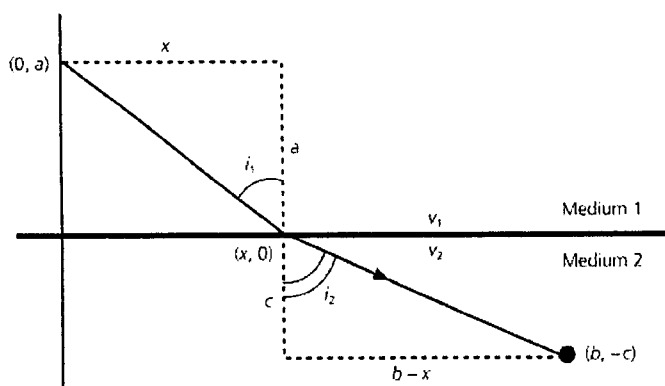
*請在試卷答案卷(卡)內作答

9. Find the Fourier series of $f(x) = x^2$ ($-\pi < x < \pi$) and $f(x+2\pi) = f(x)$.

(10%)

10. 「光在兩點間行走的路徑是最短時間路徑(Fermat's principle)」, 請參考附圖:

(i) 導出折射點在 $(x, 0)$ 時, 光從 $A(0, a)$ 到 $B(b, -c)$ 的走時函數 $T(x)$ (5%) (ii) 用 Fermat's principle 證明 Snell's law (5%)。



參考用

注意：背面有試題