

國立中央大學八十七學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 地球物理研究所 不分組 科目: 微積分 共 一 頁 第 一 頁

1. 計算下列極限值：(每小題 5 分，共 15 分)

1) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x}{x-2}$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 4})$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

2. 計算下列積分：(每小題 5 分，共 25 分)

1) $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \cos 4x} dx$

2) $\int_1^4 \frac{\ln 2 \log_2 x}{x} dx$

3) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$

4) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

5) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{\sqrt{2 + \sin x}} dx$

3. 計算 $\iint_R e^{x^2+y^2} dydx$ ，其中 R 為一半圓形區域由橫軸及曲線 $y = \sqrt{1-x^2}$ 所組成。(10 分)

4. 在直角座標系中，計算一個對橫軸旋轉的曲線 $y = x^3$ 所形成的面積，其中 x 的範圍為 $0 \leq x \leq 1/2$ 。(20 分)

5. 尋找連續函數 $f(x, y) = 3x^3 + y^2 - 9x + 4y$ 所有的極值點，如 maxima point, minima point 和 saddle point。(15 分)

6. 以向量場積分的角度，解釋下列定理：(每小題 5 分，共 15 分)

1) 格林定理(Green's theorem)。

2) 發散定理(divergence theorem)。

3) 史托基定理(Stokes's theorem)。

