

國立中央大學八十五學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：地球物理研究所 不分組 科目：微積分

共 1 頁 第 1 頁

一、今有兩個函數：

$$f_1(x) = x^2$$

$$f_2(x) = \frac{16}{x^2}$$

請回答下列問題：

1. 把 $f_1(x)$ 及 $f_2(x)$ 的公式所代表的曲線劃於同一張 $x-y$ 圖上。 <
2. 分別求出 $f_1(x)$ 及 $f_2(x)$ 在 $x=2$ 時之斜率及切線方程式。 <
3. 算出 $x=1$ 至 $x=2$ 之間， $f_1(x)$ 及 $f_2(x)$ 各自與 x 軸之間所涵蓋的面積。 < 8% >

二、具有阻尼的振動函數 $y = e^{-ax} \sin bx$ 在物理上有許多應用，如擺的振動及無線電線路上的電流震盪。上述函數中 a, b 均為正號常數。請將此函數劃於 $x-y$ 圖上，並說明 a 與 b 之物理意義，進而求出兩個相鄰波峰之間的振幅比值。 < 20% >

三、試用泰勒級數展開 $f(x) = e^x$ 於 $x=0$ 及 $x=1$ 附近。 < 20% >

四、請先用積分法推導出計算正圓球殼體積之公式。然後應用它計算出地球內部各層圈之體積：

內地核： 半徑 $R=0$ 公里至 $R=1221$ 公里

外地核： 半徑 $R=1221$ 公里至 $R=3480$ 公里

地 函： 半徑 $R=3480$ 公里至 $R=6347$ 公里

地 殼： 半徑 $R=6347$ 公里至 $R=6371$ 公里

最後請算出各層圈所佔地球總體積之比率。 < 20% >

五、試求出下列微分方程式之通解。

$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

然後求出滿足出始條件 $y(0) = 2$ 及 $y'(0) = 2$ 之特解。 < 20% >

參考