

國立中央大學98學年度碩士班考試入學試題卷

所別：大氣物理研究所碩士班 一般生 科目：流體力學 共 1 頁 第 1 頁

*請在試卷答案卷(卡)內作答

1. 請展開下列的數學向量為純量分量的表示式，並解釋每一項的物理意義， \vec{U} 是

速度向量($\vec{U} = \hat{i}u + \hat{j}v + \hat{k}w$)， T 是溫度， P 是氣壓，。(10%)

- (a) $-\frac{1}{\rho} \nabla P$
- (b) $\nabla \cdot \vec{U}$
- (c) $-\vec{U} \cdot \nabla \vec{U}$
- (d) $-\vec{U} \cdot \nabla T$
- (e) $\nabla \times \vec{U}$

2. 二維流場 $\vec{V} = -\Omega y \hat{i} + \Omega x \hat{j}$ ， Ω 為常數。

- (a) 試求其渦度向量(vorticity)。(5%)
- (b) 試由此流場證明 $\vec{V} \cdot (\vec{V} \times \nabla \times \vec{V}) = 0$ 。(5%)
- (c) 證明此流場存在流函數，但不存在速度位。(5%)

3. 假設 u_1 、 u_2 是二維速度向量兩個分量， x_1 、 x_2 是二維位置向量的兩個分量，

繪圖說明 $\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$ 、 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)$ 與 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right)$ 的物理意義。(15%)

4. 有一二維 free vortex 僅具切線分量 $v_\theta = \frac{A}{r}$ ，(A 為正值常數)，

- (a) 試求流函數(stream function)並繪出流線方向。(10%)
- (b) 試求速度位(velocity potential)並繪出大小值。(10%)
- (c) 試求其渦度向量場(vorticity)。(5%)
- (d) 何處為 singular point? 為什麼?(5%)

5. (1) 什麼是渦度? 什麼是環流量? (5%)
 (2) 渦度與環流量兩者之間有什麼關係? 請以 Stoke's Theorem 說明。(5%)
 (3) 由運動方程式導出環流量變化的方程式

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint \vec{V} \cdot d\hat{l} = - \oint \frac{dp}{\rho}$$

並說明其意義。(10%)

6. Navier-Stokes Equation

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + X_i + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

適用於什麼樣之流體? 解釋上面每一項的物理意義。(10%)

參考用