

所別： 大氣物理研究所碩士班 不分組 科目： 流體力學

- 據中央氣象局報告三月某日台北早晨地面溫度約 20°C ，海平面氣壓為 1000 hPa ，此時5公里以下之氣溫為每上升1公里下降6度。某人前往陽明山公園賞花，發現手錶測到氣壓為 850 hPa 。試問測壓是否正確？請說明理由。假設測壓正確，則某人應位處於多少海拔高度？(10%)
- 證明不可壓縮且為非旋轉性的二維流場，其流函數 ψ (stream function) 與速度位 ϕ (velocity potential) 均須滿足Laplace方程，亦即 $\nabla^2\psi = 0$ 與 $\nabla^2\phi = 0$ 。(10%)
- 請說明不可壓縮(incompressible)流體的白努利方程(Bernoulli's equation)。試應用於投手投球，如何才能投出下墜球？須說明理由。(10%)
- 流体運動的加速度可表為 $\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + [\nabla \cdot \rho \mathbf{V} \mathbf{V}] = \mathbf{f}$ 其中 \mathbf{V} 為速度向量， ρ 為密度， \mathbf{f} 為流體單位體積所受的力。
 - 試討論至少三種 \mathbf{f} 可能出現的種類並以數學式表示之。(5%)
 - 試寫下迪卡爾座標(Cartesian coordinates)下其於 x , y 及 z 方向的控制方程式。(10%)
- 二維極座標下之自由渦旋 (free vortex)，其切線分量 $v_{\theta} = \frac{K}{r}$ (θ 為方位角， r 為距軸心半徑， K 為正值之常數)，軸向分量 $v_r = 0$ 。
 - 說明此流場為potential flow。(5%)
 - 求此流場之速度位 ϕ ，並繪出flow net (ψ 與 ϕ 之等值線)。(5%)
 - 求此流場其 u 與 v 之分量及渦度向量 (vorticity vector)。(5%)
 - 求此流場其變形量，並舉例說明流體運動是否會變形？(5%)
 - 試求任一以原點為中心之半徑為 r 的圓形路徑 C 的環流值。(5%)
 - 試求任一以原點為中心之邊長為 l 的正方形路徑 D 的環流值。(5%)

$$\text{Hint: } \nabla \times \bar{\mathbf{V}} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \hat{e}_r & r\hat{e}_{\theta} & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_r & rv_{\theta} & v_z \end{vmatrix}$$

- 寫出黏滯性流體的運動方程式 (含張量stresses的9個分量)。(5%)
 - 寫出黏滯性流體的Stoke's law of viscosity。(5%)
 - 由此導出不可壓縮、黏滯係數為常數的流體的Navier-Stokes方程式。(10%)
 - 此方程式僅考慮分子黏滯性及混合，在運用於描述亂流混合必須使用 Reynolds decomposition及Reynolds average等方法來形成亂流運動方程式。試說明上述方法及其意義 (不必寫出亂流運動方程式) (5%)

參考用