

# 國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：大氣物理研究所

組 科目：流體力學

共 4 頁 第 / 頁

840101

1. 有一流體的溫度場  $T=T(x, y, z, t)$ ， $x, y$  及  $z$  為笛卡爾座標空間參數， $t$  為時間參數。
  - (1) 說明實質導數  $dT/dt$  及局部導數  $\partial T/\partial t$  的物理意義。(5%)
  - (2) 什麼情況下  $dT/dt$  和  $\partial T/\partial t$  相等？(5%)
2. 白努利方程 (Bernoulli's equation) 對無摩擦、穩態的 (steady) 不可壓縮 (incompressible) 流場及非旋轉性 (irrotational) 流場為相同： $(p/\rho) + gz + (V^2/2) = B$ ，在此  $B$  為白努利常數。試問應用於兩種流場時有何不同限制？(10%)
3. 證明不可壓縮且為非旋轉性的二維流場，其流函數  $\psi$  (stream function) 與速度位  $\phi$  (velocity potential) 均須滿足 Laplace 方程，亦即

$$\nabla^2 \psi = 0 \text{ 與 } \nabla^2 \phi = 0. \quad (10\%)$$

4. 假設颱風環流的風場為軸對稱且僅具切線 (tangential) 分量  $v_\theta$ ，於極座標  $(r, \theta)$  可表示為

$$v_\theta = V_{\max} (r/r_{\max}) \exp\{a [1 - (r/r_{\max})^b]\},$$

$V_{\max}$  為最大風速且為正 (即氣流為反時針方向旋轉)， $r_{\max}$  為最大暴風半徑 (相對於颱風中心， $r=0$ )。氣象觀測指出  $a=0.5$  和  $b=2$  為最佳值。

- (1) 試證此二維旋轉流場為非輻散的 (non-divergent)。(5%)
  - (2) 何處此風場具最大正渦度 (vorticity)？(5%)
  - (3) 何處此風場具負渦度？(5%)
  - (4) 請解釋為何此氣旋式環流具有負渦度。(5%)
5. 求一均勻恆穩流 (流速為  $U$ )，流經一半徑為  $a$  之固體球的位勢流 (potential flow) 問題：
    - (1) 流函數  $\psi$  (stream function)。(10%)
    - (2) 速度位  $\phi$  (velocity potential)。(10%)
  6. 假設雨滴之可視為直徑為  $D$  的球體，當此雨滴以速度  $W$  在黏滯係數為  $\mu$ ，密度為  $\rho$  的空氣中下降時，請以因次分析 (dimensional analysis) 之方法，設法利用這些參數來表示空氣對雨滴的拖拉力 (drag force)。(10%)
  7. 有關於應力張量 (stress tensor) 的牛頓流體的組織方程 (Newtonian constitutive equation) 可以表示為

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \bar{V}) \delta_{ij},$$

$\mu$  為常數的黏滯係數。請根據此方程式回答下列問題：

- (1) 說明此方程式成立之條件。(10%)
- (2) 計算  $\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$ ，並分項討論物理意義。(10%)