

1、環流量變化的方程式可以表示如下：

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint \vec{V} \cdot d\vec{\ell} = - \oint \frac{dp}{\rho}$$

- (1) 說明此方程式的意義。 (5%)
- (2) 說明什麼是 Kelvin Circulation Theorem? (5%)
- (3) 以此方程式解釋海陸風發生的原理。 (5%)

2、(1) 說明  $\vec{V} = \nabla\phi$  代表位勢流(potential flow)或無旋流(irrotational flow)；而

$$\vec{V} = \hat{k} \times \nabla\phi \text{ 代表無輻散流(non-divergent flow)。} \quad (5\%)$$

(2) 證明無旋又無輻散的流場會滿足下列之關係：

$$\nabla^2\phi = 0$$

$$\nabla^2\varphi = 0 \quad (5\%)$$

- (3) 說明如何利用速度位 ( $\phi$ ) 以及流函數 ( $\varphi$ ) 的分布來判斷風向和風速之大小。 (5%)

3、假設二維風場僅具有切線速度(tangential)分量，此分量於極座標 ( $r, \theta$ )

可表示為： $V_\theta = \frac{A}{r}$  (A 為正值常數)：

- (1) 求此風場的流函數(stream function)並繪出流線分布。 (5%)
- (2) 求此風場的速度位(velocity potential)並繪出其分布。 (5%)
- (3) 求任一圍繞  $r=0$  封閉路徑的環流值(Circulation)。 (5%)
- (4) 求任一不包含  $r=0$  之封閉路徑的環流值(Circulation)。 (5%)
- (5) 求此風場的渦度(vorticity)並說明其與環流的關係。 (5%)

參考用

注意：背面有試題

國立中央大學100學年度碩士班考試入學試題卷

所別：大氣物理研究所碩士班 不分組(一般生) 科目：流體力學 共 2 頁 第 2 頁

本科考試禁用計算器

\*請在試卷答案卷(卡)內作答

4、由質量保守我們可以推導出下列之方程式，說明這三個方程式中每一項

所代表之意義，以及各個方程式本身所代表之物理意義。(15%)

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV = - \oiint_S \hat{n} \cdot (\rho \vec{v}) dS$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{v} = 0$$

5、假設  $P$  為氣壓、 $\rho$  為密度、 $u_i$  為速度分量( $u_i = u_1\hat{i} + u_2\hat{j} + u_3\hat{k}$ )、 $\vec{V}$  為速

度向量，請展開下列的表示式，並說明物理意義。

(1)  $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}$  (5%)

(2)  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  (5%)

(3)  $-u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  (5%)

(4)  $\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)$  (5%)

(5)  $\nabla \times \vec{V}$  (5%)

(6)  $\nabla \cdot \vec{V}$  (5%)

參考用

注意：背面有試題