

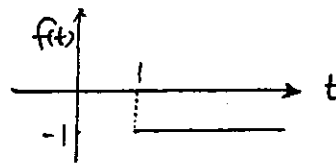
1) 試求解下列微分方程：

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = e^x$$

(20分)

2) 若 $y'' + 3y' + 2y - 1 = f(t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

其中 $f(t)$ 之定義為：



試求 $y(t) = ?$

(20分)

3) 考慮矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 4 & -1 & -5 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ 。

已知矩陣多項式 $P = A^5 + 3A^2 + 2A$ 可簡

化成為 $P = a_2 A^2 + a_1 A + a_0 I$ 的形式，請

計算出 a_2 的值。多項式中的 a_2, a_1, a_0 為

純量，而 I 為 3×3 的單位矩陣。

(30分)

4) 考慮微分式 (differential form)：

$$\alpha = (2xy^3 \sin z) dx + (3x^2 y^2 \sin z) dy + (x^2 y^3 \cos z) dz$$

a) 請證明 α 為 exact differential form (15分)

b) 若令 $\alpha = d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz$ ，請計算出 $\phi(x, y, z)$ 。

(15分)

參考用