

所別：環境工程研究所碩士班甲、乙組 科目：工程數學

1. 求下列微分方程式的通解 (20%)

$$(x^3 - 3y^2x) \frac{dy}{dx} = y^3 - 3x^2y - y \frac{dy}{dx}$$

2. 已知函數 $f(t)$ 為

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 2 \\ -3 & 2 \leq t < 3 \\ t^2 & 3 \leq t < \infty \end{cases}$$

若將其 Laplace Transform 表示成 $L\{f\} = A + B + e^{-3s}C$ ，則 A, B 和 C 為何？(25%)

3. 若 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ，請證明 $1/r$ 為 Laplace's equation 的解(15%)

4. 矩陣[A]為

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$[A]^{10}$ ($[A]$ 的十次方) 的反矩陣的行列式值為何？(20%)

5. 已知流體的流速為 $\vec{F} = \frac{1}{3}x^3\vec{i} + \frac{1}{3}y^3\vec{j} + \frac{1}{3}z^3\vec{k}$ ，計算於單位時間內此流體通過由 $z=0$,

$z=1, x^2 + y^2 = 1$ 所圍成的表面積 S 的流量。(20%)

參考用