

國立中央大學九十一學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 環境工程研究所 甲組2種科目： 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

一、簡答題：

- 甲、若 $\vec{F}(x, y, z)$ 為一流體的速度場，則 $\iiint_V \nabla \cdot \vec{F} \, dv$ 所代表的物理意義為何？(5%)
- 乙、已知一個質點的速度為 \vec{v} ，加速度為 \vec{a} ，請問此一質點的移動路徑的曲率半徑 (radius of curvature) 為何？(5%)
- 丙、已知點 (x_0, y_0, z_0) 為 $f(x, y, z) = c$ 的圖形上的一點，請問通過此點之垂直線 (normal line) 的對稱方程式 (symmetric equation) 為何？(5%)
- 丁、矩陣 $[A]$ ， $[B]$ ， $[C]$ ， $[D]$ 分別為正交矩陣 (orthogonal matrix)，請問 $[A][B][C][D]$ 是否為正交矩陣？(5%，必須說明理由，否則不給分)
- 戊、將二次方程式 $5x^2 + 8xy + 5y^2 + 4xz + 4yz + 2z^2 = 100$ 轉換成 $ax'^2 + by'^2 + cz'^2 = d$ 的形式時， $a + b + c = ?$ (6%)
- 己、已知 R 為向量空間， A 為其子集合，請問在何種條件下， A 也為向量空間？(4%)
- 二、請問曲線組 $y = 4x + 1 + c_1 e^{4x}$ 通過點 $(0, 0)$ 的正交軌線 (orthogonal trajectory) 為何？(20%)
- 三、請將 $\frac{d^4 y}{dx^4} - 2\frac{d^2 y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + y = x$ 改寫成一階微分方程式的聯立方程式的形式，並以矩陣的形式呈現。(10%)
- 四、已知 $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0$ $0 < x < \infty$ 的一個解為 $y_1 = x$ ，請問其通解為何？(20%)
- 五、 $\frac{dy(t)}{dt} = y(t) + 4e^{-2t} \int_0^t e^{2r} y(r) dr$ ， $y(0) = 1$ 之解為何？(20%)

參考用