

國立中央大學九十學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 環境工程研究所 甲、乙組 科目: 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

一、請求出下列一階微分方程式的通解(20%)

$$\frac{dy}{dx} + xy^3 \sec \frac{1}{y^2} = 0$$

二、試問下列函數的拉氏逆轉換 (inverse Laplace transform) 為何(20%)

$$F(S) = \frac{1}{(S^2 + 4S + 5)^2}$$

三、請求出下列二階微分方程式的通解(30%)

$$y'' + 4y' + 4y = 2x + 3xe^{-2x} + 6$$

四、問答題：

1. 請寫出一個 n 階初始值問題 (initial value problem of n th order) 的數學表示式 (5%)。
2. 請寫出描述 Legendre Polynomial 之正交性數學表示式(5%)。
3. 設 $P_0(X_0, Y_0, Z_0)$ 為 $F(X, Y, Z)=0$ 上之一點，請問通過 P 點的之切平面方程式為何？(5%)
4. 假設 \vec{F} 為一流場，試問 $\nabla \cdot \vec{F}$ 和 $\nabla \times \vec{F}$ 所代表的物理意義為何？(5%)
5. 請計算下列所示之四個函數的 Wronskian(10%)

$$e^{-2x}, e^{-x}, e^x, e^{2x}$$

