

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 環境工程研究所 甲、乙組 科目: 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

1) 設 $u(x, t)$ 滿足 $u_{xx} - u_t = 0$, 而且在 $x=0$ 處 $u_x = e^{2t}$, 在 $x=L$ 處 $u_x = e^{2t}$, 在 $t=0$ 時 $u=0$. 請解出 $u(x, t)$. 此處 u_x 代表 $\frac{\partial u}{\partial x}$. (20分)

2) 用 Laplace 轉換法解 $\frac{d^2 y}{dt^2} - 4y = 5 \delta(t-4) \sin t$. 初始條件為 $y(0) = y'(0) = 0$. 此處 $\delta(\cdot)$ 代表 Delta 函數, y' 代表 $\frac{dy}{dt}$. (20分)

3) 若 $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ 請算出 $\sin A$. (20分)

4) 若 random variable X 的密度函數 $f(x)$ 在 $-1 \leq x \leq 1$ 時為 $f(x) = \frac{1}{2}$, 在其他 x 值時 $f(x) = 0$, 請算出 $P(\frac{1}{4} \leq X \leq 2)$. 另外, 也請找出 x , 使得 $P(X \leq x) = 0.5$. (20分)

5) 考慮約束條件 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2x_1 + x_2 \leq 4, x_1 + 2x_2 \leq 4$. 求出 $f(x_1, x_2) = 3x_1 + x_2$ 在上述條件約束下所能達到的最大值. 若函數 $f(x_1, x_2)$ 更換為 $g(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ 而約束條件不變

則 $g(x_1, x_2)$ 所能達到的最大值會是多少? (20分)