

系所別: 機械工程學系 戊組 科目: 工程數學及程式設計

(1) Let

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2+i & 3-2i & 4+3i & 5-4i \\ 2-i & 2 & 4-3i & 5+4i & 6-5i \\ 3+2i & 4+3i & 3 & 6+5i & 7-6i \\ 4-3i & 5-4i & 6-5i & 4 & 2 \\ 5+4i & 6+5i & 7+6i & 2 & 5 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Prove that all eigenvalues of A are real. (5%)

(2) For the linear system of equations $Ax = b$, where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & k_1 \\ 3 & k_2 & 0 \\ 4 & 5 & 10 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ b_2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix},$$

(a) determine the values of k_1 , k_2 , and b_2 , for which the system has infinitely many solutions; (3%)

(b) determine the values of k_1 , k_2 , and b_2 , for which the system has precisely one solution with $x_3 \neq 0$; (2%)

(3) Let $\mathbf{F} = e^x \cos y \mathbf{i} - e^x \sin y \mathbf{j}$

(a) Find $\nabla \cdot \mathbf{F}$ and $\nabla \times \mathbf{F}$, and (2%)

(b) Evaluate $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ where C is the semicubical parabola $y = x^{3/2}$ from $(0,0)$ to $(1,1)$. (3%)

(4) 試敘述 常微分方程之求解過程中，何種幾何狀態下，迫使其解呈現為 Fourier-Bessel 級數形式？(10%)

(5) 試根據伽瑪函數 (Gamma Function) 之定義 來推導出 “伽瑪函數實際就是一般性的階乘函數 (Generalized Factorial Function)” (10%)

(6) Evaluate the line integral (7%)

$$\oint_C \frac{-y^3 dx + x y^2 dy}{(x^2 + y^2)^2}$$

where C is the ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$

(7) Use Stokes' theorem to evaluate (8%)

$$\oint_C z^2 e^{x^2} dx + x y^2 dy + \tan^{-1} y dz$$

where C is the circle $x^2 + y^2 = 9$, by finding a surface S with C as its boundary and the orientation of C is counter clockwise.

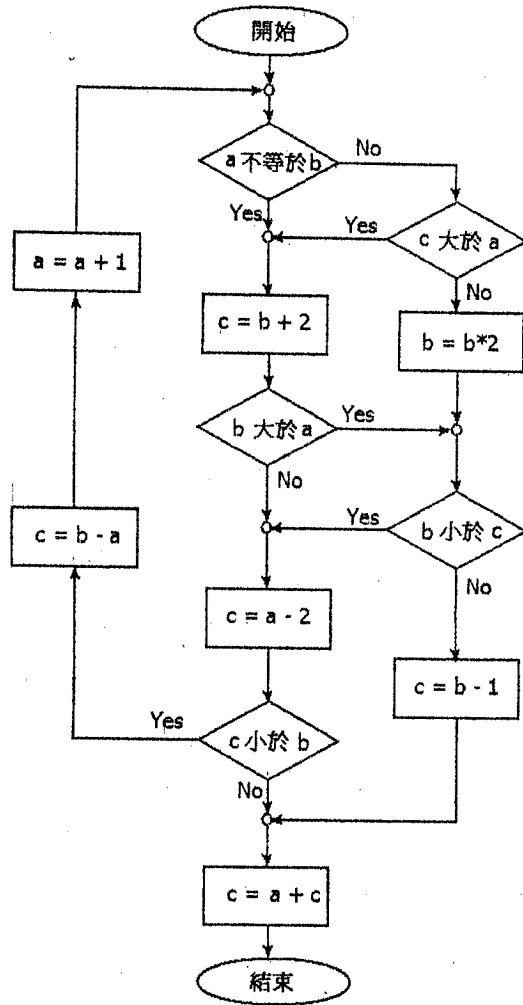
參考用

注意：背面有試題

系所別： 機械工程學系 戊組 科目： 工程數學及程式設計

(8) 一程式之流程圖如下圖所示，(20%)

- 若在開始時 $a=3, b=5, c=1$ ，請問到結束時 a, b, c 值為何？
- 若在開始時 $a=5, b=4, c=9$ ，請問到結束時 a, b, c 值為何？
- 若在開始時 $a=2, b=2, c=-5$ ，請問到結束時 a, b, c 值為何？
- 請問是否會有無限迴圈的情況存在，請舉個例子說明。



參考用

(9) 以下程式問題請使用 Visual Basic 或 C 語法回答。(請註明使用之語法) (30%)

- 有兩變數 a 及 b ，分別為整數及雙倍精度實數，請宣告。
- 有一變數 D ，其值會以等加級數之型式變化，初始值為 3，公差為 2，終值為 93，請以一迴圈計算。
- 有兩不平行向量 $P1(x1, y1, z1)$ 及 $P2(x2, y2, z2)$ ，該兩向量會形成一平面，請寫出一副程式計算平面之單位法向量。