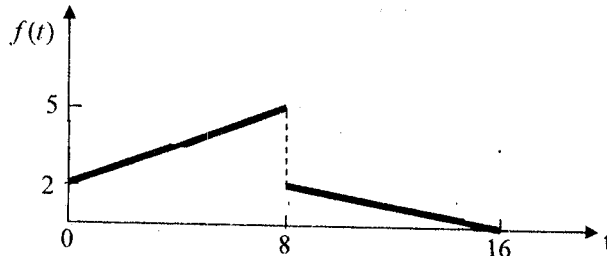


所別：土木工程學系碩士班 科目：工程數學
丙組

1. (15%)

(a) (5%) 請用單位階梯函數(unit step function)表示下圖所示之函數 $f(t)$ = ?

(b) (10%) 請求下圖所示函數 $f(t)$ 之 Laplace 轉換 (transform), $L(f(t)) = F(s)$ = ?



2. (20%)

(a) (5%) 請寫出 n 階非齊性綫性常微分方程 (n^{th} order, Linear Non-homogeneous Ordinary Differential Equation) 之廣義式表示式。

(b) (15%) 求解以下之四階常微分方程之通解 $y(x)$ = ?

$$y^{(4)} + 10y^{(2)} + 9y = 2\sinh x$$

3. (6%)

(a) (3%) 函數 f 的 n 階微分的傅氏轉換為何?

(b) (3%) 在何種情形下, 可以推得傅氏餘弦變換 (Fourier Cosine Transform)?

4. (10%)

利用 $f(x) = e^{-x}$ ($x > 0$) 計算 $\int_0^{\infty} \frac{\cos \omega x}{1 + \omega^2} d\omega$ $x > 0$

5. (14%)

$$f(x) = \frac{x^2}{4} \quad -\pi < x < \pi \text{ 之週期為 } 2\pi$$

(a) (10%) 求傅氏級數展開式。

(b) (4%) 利用 (a) 的結果計算 $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots$ 。

6. (35%)

設 A 與 B 皆為 4×4 方陣, 且 $B = (B_{ij}) = A^n$ (n 為正整數)。又設

$$A = (A_{ij}) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

(a) (20%) 求出 B_{32} 的值。

(b) (15%) 計算出 $\det B$ (B 的行列式)。