

所別：土木工程學系碩士班 己組(一般生) 科目：統計學
(學位在職生)

註：共5題，100分。

1. (20%) 假設王先生在 10:00 AM 至 10:20 AM 間離開辦公室，並在 40 到 50 分鐘間之後回到辦公室。若 X 表示起程時間， Y 為在外時間， X 及 Y 互為隨機獨立，且皆為均勻分配(uniform distribution)，試求王先生在 11:00 AM 前回到辦公室的機率？
2. (20%) 某人同時投一骰子、擲一硬幣、及抽一撲克牌。假設骰子出現各點均可得 4 元，擲幣出現正面得 8 元，反面則無，抽撲克牌則由點數決定，一點為一元，其餘類推 (Jack=11、Queen=12、King=13)。此三隨機變數互為隨機獨立，且皆為均勻分配。試求得到的總數的平均數及變異數？
3. (10%) 某研究單位想瞭解汽車每公升汽油可跑多少公里而進行抽樣預測 (假設母體呈常態分配)。若標準差 $\sigma = 5$ 公里，誤差 $e = |\bar{X} - \mu| = 0.7$ 公里，信賴度 $1 - \alpha = 0.95$ ，則樣本數應為多少？(註： $Z_{0.95} = 1.645$ ， $Z_{0.975} = 1.96$)
4. (25%) 假設 Y_1 及 Y_2 互為隨機獨立，且均為 θ 之不偏估計量(estimator)。若 Y_1 的變異數為 Y_2 變異數的 2 倍，試求二常數 K_1 及 K_2 ，使得 $K_1 Y_1 + K_2 Y_2$ 仍為 θ 的不偏估計量，且其變異數最小。
5. (25%) 假設擲一骰子 60 次得到下列數據：

| | | | | | | |
|------|---|----|----|----|----|------|
| 出現點數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 次數 | a | 10 | 10 | 10 | 10 | 20-a |

若我們使用卡方(Chi-Square)檢定，試問在何等 a 值下，在 0.025 的顯著水準下，此骰子係公正的假設會被推翻。(註： $\chi_{0.025}^2(5) = 12.8$)