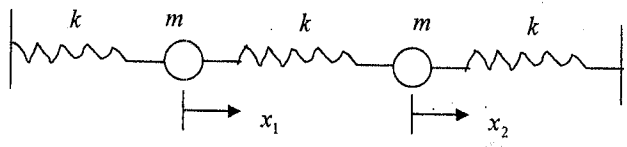


所別：數學系碩士班 不分組 科目：離散數學

1. (a) (5%) 請問如圖所示之彈簧-質點系統之運動方程式是否為以下之型式？

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= -kx_1 - k(x_2 - x_1) \\ m\ddot{x}_2 &= -kx_2 + k(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

(b) (10%) 請求此一系統之特徵值及特徵向量？



2. (15%) 請求取以下積分

$$I = \int_S \vec{n} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{v} ds$$

其中 $\vec{v} = x^3 \vec{j} - (z+1)\vec{k}$ ，S 是曲面 $z = 4 - 4x^2 - y^2$ 之介於 $z=0$ 與 $z=4$ 之間的曲面， \vec{n} 是曲面之外法向量， \vec{j} ， \vec{k} 為坐標軸 y 與 z 軸之單位向量。

3) (30%) 考慮在無窮長的鐵棒中的熱傳導問題，其控制方程為 $ku_{xx} = u_t$ (k 為已知常數)。設 $u(x, t)$ 在定義域中為有限值，而其滿足的初始條件為 $u(x, 0) = f(x)$ ， $-\infty < x < \infty$ ，請計算出 $u(x, t)$ 。

4) (20%) 請計算出以下積分：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega x}}{a^2 + \omega^2} d\omega$$

其中 $\lambda = \sqrt{-1}$ 。

注意：背面有試題

所別：數學系碩士班 不分組 科目：數值分析

5) (20%) 如下列之微分方程式：

$$y'' + 2y' + 5y = f(x), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1,$$

$$\text{其中 } f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ 0, & x > \pi \end{cases}$$

試求 $y(x) = ?$, $y(\frac{\pi}{2}) = ?$