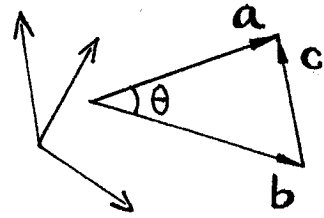


系所別: 土木工程學系 庚組 科目:

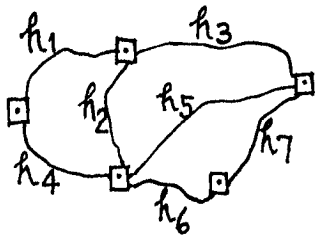
工程數學

- 一、如圖所示三維空間的閉合向量，
 θ 為向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 所張之平面交角，
 試證明 $\cos \theta$ 等於 (\mathbf{a}, \mathbf{b}) 的
 方向餘弦向量之內積。(二十分)



參考用

二、



已知水準點間之高程差及其標準偏差，
 $h_i \pm \sigma_{h_i}$, $i \in \{1, \dots, 7\}$ ，今欲執行水準
 網形平差。請明確定義線性誤差方程
 組之向量與矩陣內各個元素。(二十分)

- 三、給定某隨機向量 \mathbf{z} ，其期望值為 $E(\mathbf{z}) = \mathbf{0}$ ， \mathbf{z} 之協方差 (Covariance) 矩陣為 $\Sigma_{\mathbf{z}}$ 。方陣 \mathbf{C} 為某係數矩陣，試證明
 二次形 $\mathbf{z}^T \mathbf{C} \mathbf{z}$ 之期望值恆等於 $\Sigma_{\mathbf{z}} \mathbf{C}$ 之跡數 (Trace)。(二十分)

四、已知向量的維度一致，試闡明此間推理之邏輯：

(1) 於 $\mathbf{a}^T \mathbf{c} = \mathbf{b}^T \mathbf{c}$ 時，向量 \mathbf{a} 是否等於 \mathbf{b} ？(十分)

(2) 於 $\mathbf{c} \mathbf{a}^T = \mathbf{c} \mathbf{b}^T$ 時，向量 \mathbf{a} 是否等於 \mathbf{b} ？(十分)

五、對角線矩陣 \mathbf{S} 的對角線元素為正定方陣 $n \times n$ \mathbf{C} 之特徵值，
 即 s_i , $i \in \{1, \dots, n\}$ ，設其各所對應的特徵值向量為 \mathbf{z}_i 。
 試列式以推導，

(1) 轉置方陣 \mathbf{C}^T 之特徵值仍為 s_i , $i \in \{1, \dots, n\}$ 。(十分)

(2) 連乘 m 次之方陣， \mathbf{C}^m ，其特徵值為何？(十分)