

系所別:

土木工程學系

甲組丙級科目:

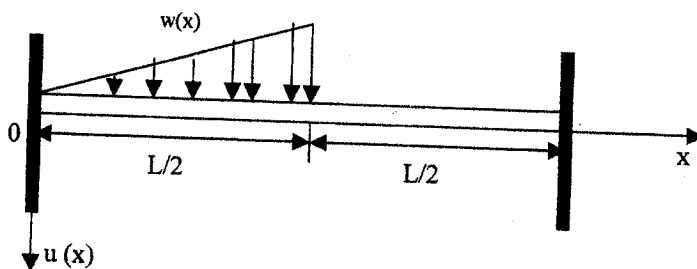
工程數學

1.

如下圖所示之彎曲剛度為 EI 之梁，在 $0 < x < L/2$ ，承受一荷載 $w(x) = \frac{2w_0x}{L}$ ，當 $L > x > L/2$ 時 $w(x) = 0$ 。此一梁撓曲變形 $u(x)$ 之控制方程為

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} = w(x), \quad \text{邊界條件為 } u(0) = \frac{du(0)}{dx} = u(L) = \frac{du(L)}{dx} = 0$$

請用 Laplace 轉換求解此一梁之撓曲變形 $u(x) = ?$ (25%)



2.

請求解以下聯立微分方程

$$2 \frac{dy_1}{dt} - \frac{dy_2}{dt} - \frac{dy_3}{dt} = 0$$

$$\frac{dy_1}{dt} + \frac{dy_2}{dt} = 4t + 2$$

$$\frac{dy_2}{dt} + y_3 = t^2 + 2$$

$$y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = 0$$

(10%)

3.

方陣 $[A]$ 滿足 $-[A]^3 + 6[A]^2 - 11[A] + 6[I] = [0]$ ，計算方陣 $[A]$ 之反矩陣之特徵值的和 (10%)

4.

已知流體的流速為 $\vec{v} = (x^2 + \cos y)\vec{i} + (x^3 z^2)\vec{j} + (y^6)\vec{k}$ ，試問此流體每單位時間流經由

$y = x^2$ ， $z = 9 - y$ ， $z = 0$ 所圍成的表面 S 的流量。(20%)

注意：背面有試題

系所別： 土木工程學系 甲組兩組科目： 工程數學

5. 考慮複變數函數 $f(z) = \frac{1}{(i+1-z)(z-\lambda-2)}$, $z=x+iy$, $\lambda=\sqrt{-1}$.
以 $z=\lambda$ 為中心作展開可得出 Laurent series 表示式
 $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n (z-\lambda)^n$. 若此 series 的收斂區間為 $1 < |z-\lambda| < 2$,
請計算出 series 中的係數 C_2 和 C_{-2} 的數值。(20分)

6. 熱方程 $u_{xx} = u_x$ 的解 $u(x,t)$ 滿足初始條件 $u(x,0) = f(x)$.
若此解在邊界 $x=0$ 和 $x=L$ 處滿足邊界條件
 $u_x(0,t) = 0$ 和 $u(L,t) - u_x(L,t) = 0$, 請求出 $u(x,t)$.
(15分)

參考用