

# 中央大學八十九學年度碩士班研究生入學試題卷

系： 土木工程學系 丁組 科目： 微分方程與工程統計 共 2 頁 第 1 頁

請任選**10**題作答，每題**10**分，若作答超過**10**題，則以答案卷上之前**10**題計分。

1. 求下列二次初值問題之特徵值(eigenvalues)及特徵函數(eigenfunctions)。

$$y'' - 4\lambda y' + 4\lambda^2 y = 0; \quad y'(1) = 0, \quad y(2) + 2y'(2) = 0$$

2. 求下列函數之 Fourier Series。

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ \pi, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

3. 以 Laplace transforms 解下列初值問題

$$y'' + 4y = 0; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2$$

4. 某人財產隨時間增加的速率與其現有財產的平方成正比，此人去年此時財產價值一百萬元，而現在財產價值兩百萬元，試問此人六個月以後財產價值若干？又兩年以後有多少財產？(註：本題須以微分方程之觀念求解，其他方式不予計分)

5.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  試計算  $(AB)^T$  及  $BA$

6. 數值方法中之 three-term Taylor series 表示為  $y_{n+1} = y_n + h y'_n + h^2 y''_n / 2$  其中， $h$  為 step size。若  $y' = y^2 + 1; y(0) = 0$ ，試以 three-term Taylor series method 求出  $y(1)$  之近似解 (令  $h = 0.5$ )。

7. 請詳細說明變異數分析(Analysis of Variance)的原理和過程。(你可做任何合理的假設，但請說明清楚)

8. 請分別說明 t-test,  $\chi^2$  test, 和 F test 所檢定的對象和檢定方法過程。

# 中央大學八十九學年度碩士班研究生入學試題卷

土木工程學系

丁組

科目:

微分方程與工程統計

共 2 頁 第 2 頁

9. ACI 混凝土配合設計中定義  $f_c'$  為目標強度,  $f_{cr}'$  為要求平均強度, 請以繪圖和文字敘述的方法詳細回答下列問題: ( $Z_{0.05}=2.575$ , 標準偏差= $s$ )
- (1) 若  $f_c'=f_{cr}'$ , 混凝土強度試驗的不合格率有多少?
  - (2) 若要求所有的混凝土強度試驗均合格, 請問  $f_{cr}'$  應為多少?
  - (3) 若要求混凝土強度試驗的不合格率須低於 5%, 請問  $f_{cr}'$  應為多少?
  - (4) 若要求連續 6 組強度試驗的不合格率須低於 5%, 請問  $f_{cr}'$  應為多少?
10. (1) 假設一預拌混凝土廠所生產混凝土強度的標準偏差為  $20 \text{ kg/cm}^2$ , 現隨機取 36 個混凝土試體, 得到強度的平均值為  $360 \text{ kg/cm}^2$ , 請計算此拌合廠所生產混凝土強度平均值的 95% 信賴區間。(5%)  $Z_{0.025}=1.96$
- (2) 若現要求混凝土強度平均值 95% 信賴區間的誤差(error) 為  $\pm 5 \text{ kg/cm}^2$ , 請問共應取多少混凝土試體?(5%)  $Z_{0.025}=1.96$
11. 請以 t-test 為例, 利用圖形和文字, 分別詳細說明單尾檢定(one tailed test) 和雙尾檢定(two tailed test), 在 alternative hypothesis ( $H_1$ ), critical value, critical region 和 P-value 計算上之差異。(您可做任何您需要的假設, 但請說明清楚)
12. 在檢定兩組平均值是否有顯著差異時, 有 paired 檢定和 non-paired 檢定兩種方法, 請分別說明兩種方法檢定的步驟, 及其優點和缺點。(您可做任何您需要的假設, 但請說明清楚)