

如圖，試證明圓周角為圓心角之一半。(6%)

(2) 設  $A$  表示可求逆的正方矩陣，則  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$  是如何導來的？(6%)

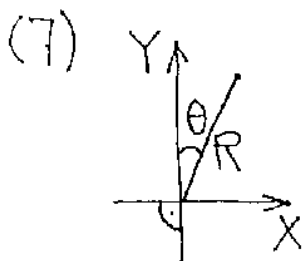
(3) 請驗證  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ 。(6%)

(4) 算符  $\text{tr}()$  表示求正方矩陣的跡 (trace)，請列關係式，以驗證  $\text{tr}(SAS^{-1}) = \text{tr}(A)$ 。(6%)

(5) 以條件觀測 (最小二乘) 平差法，解算一平面三角形之內角觀測誤差；已知各內角的中誤差為  $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_\gamma$ ，其間協變方為  $\sigma_{\alpha\beta}, \sigma_{\alpha\gamma}, \sigma_{\beta\gamma}$ 。(10%)



(6) 已知  $\cos(\alpha - \beta) = 1$ ， $\alpha - \beta = 0 \pm 2n\pi$ ，故  $\alpha = \beta$ ，或  $\cos\alpha = \cos\beta$ ，或  $\sin\alpha = \sin\beta$  ( $n$  為整數 0)。除上述以外，請示範一新的證明方式，得  $\cos\alpha = \cos\beta$  (或  $\sin\alpha = \sin\beta$ )。(6%)

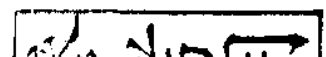


如左圖，試列出微量  $dR$ ，其為

(a)  $dX, dY$  的函數式

(b)  $dR, d\theta$  的函數式。(10%)

注意：背面有



國立中央大學八十七學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所

庚組

科目:

工程數學

共 2 頁 第 2 頁

- (8) (a) 請證明  $\vec{F} = (2xy + z^3)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3xz^2\vec{k}$  為一保守力場。  
(15%) (b) 請求對應於  $\vec{F}$  之位能場 (scalar potential).  
(c) 請求由此一保守力場中 (1, -2, 1) 點到 (3, 1, 4) 點所需作之功。

(9) 空間中一曲線以下式定義

$$r(t) = e^t(\cos 2t)\vec{i} + e^t(\sin 2t)\vec{j} + e^t\vec{k}$$

- (10%) (a) 請以弧長 (arc length)  $s$  表示此一曲線之參數式 (以  $t=0$  點為參考點) 並請說明此一轉換是正確的。  
(10%) (b) 在  $t = \pi/4$  處, 請找曲線之 (i) 單位切向量  $\vec{T}$  (ii) 單位法向量  $\vec{n}$   
(iii) 雙法線向量 (binormal)  $\vec{B}$  (iv) 曲率  $\kappa$ .

(10) 請求解以下常微分方程

(10%) (a)  $y' \tan x - 2y = 4$

(5%) (b)  $xy'''' - y''' = 3$