

測繪組 工程數學

參考

10% (1) 今有一向量  $\vec{r}$ ，其長度或大小為  $|\vec{r}|$ ，試驗證微分式

$$d|\vec{r}| = \frac{\vec{r} \cdot d\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

15% (2) 吾人有一組誤差方程式  $\vec{v} = \underline{A}\vec{x} - \vec{l}$ ，其權矩陣為單位矩陣。 $\vec{v}$  表示

殘差向量；係數矩陣  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 6 \\ 10 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$ ；約化常數向量  $\vec{l} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 14 \\ 11.7 \end{bmatrix}$ 。

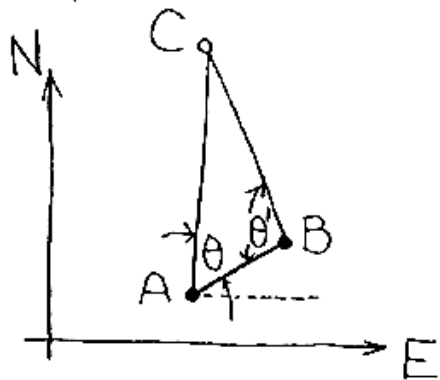
(a) 試以間接觀測平差法，列出求解參數向量  $\vec{x}$  的公式。

(b) 試求  $\vec{x}$  的數值解。

(c) 倘若發現有異常處，請述其理。

10% (3) 給定以下的公式  $(U+V)^{-1} = U^{-1}(U^{-1}+V^{-1})^{-1}V^{-1}$ ，其中  $U^{-1}, V^{-1}$  均存在，請檢驗該公式的正確性 ( $U, V$  代表正方矩陣)。

15% (4) 於平面坐標系統內，有控制點  $A$  和  $B$ ，點  $C$  為待定點。



(a) 以反正切函數表示觀測角  $\theta$  與點位坐標間的關係。

(b) 已知  $y = \tan^{-1}x$ ， $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$ ；

請微分前項 (a) 之關係式。

(c) 假設  $\overline{AB} \ll \overline{AC}$  與  $\overline{AB} \ll \overline{BC}$ ，

試按前項 (b) 說明，無法精確求解  $(N_c, E_c)$  之理由。

5) (25%)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 求 (1)  $A^{243}$  (2)  $(A^3)^{-1}$

6) (25%) 由下列向量或函數，求出一組正交單位基底向量

1)  $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{v}_2 = (1, 2, 2)$ ,  $\vec{v}_3 = (1, 3, 1)$

2)  $v_1(x) = 1$ ,  $v_2(x) = 2x$ ,  $v_3(x) = 3x^2$

註：函數內積  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$