

國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所 甲丙成組 科目: 工程數學

共 / 頁 第 / 頁

參六片

1. 請找出以下問題的解

(20%)

$$u_{xx} - u_t = 4 - \frac{3t^2 x}{\pi}$$

B. C. $u(0, t) = 2$

$u(\pi, t) = t^3$

I. C. $u(x, 0) = -\frac{2x}{\pi}$

2. 請找出以下邊界問題的特徵函數 (eigenfunction) 及特徵值 (eigenvalue)

(10%)

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) + y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

3. 請求出以下積分的值:

(20%)

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - 2p \cos \theta + p^2} = ? \quad 0 < p < 1, \quad p \text{ 為實數.}$$

4. 求向量場 $\underline{V} = y(x-z)\underline{i} + x^2\underline{j} + (y^2+xz)\underline{k}$, 通過長方體 $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$ 的外側表面 S 的通量 (Flux).

(15%)

5. (i) 當 $\beta > 0$ 時, 求指數衰減函數

(10%)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\beta x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \text{ 的富利葉轉換 (Fourier Transform)}$$

並寫出此一轉換在 x 域所收斂之函數為何?

(ii) 利用上題之轉換結果及 Fourier Transform 之性質, 求正弦衰減函數

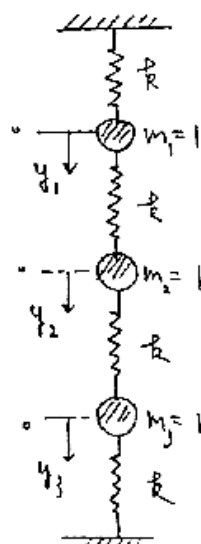
(10%)

$$g(x) = \begin{cases} e^{-\beta x} \sin \omega_0 x & x \geq 0 \quad (\beta > 0) \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

的富利葉轉換 (Fourier Transform).

6. 請求下圖所示之彈簧質點系統的所有自然頻率及最低自然頻率所對應之基本振動模態。

(15%)



1x5