

國立中央大學 105 學年度碩士班考試入學試題

所別： 土木工程學系 碩士班 大地組(一般生)

共 1 頁 第 1 頁

科目： 常微分方程式

本科考試禁用計算器

*請在答案卷(卡)內作答

1) $\frac{d^2 y}{dt^2} - 2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y = 16e^t$, 請用待定係數法
 求出此方程的特殊解 $y_p(t)$. (25%)

2) $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2y = x^2$, 請用變參數法 (Method
 of Variation of Parameters) 求出此方程的
 特殊解 (particular solution) $y_p(x)$. (25%)

3) 令 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\vec{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$, $\vec{f}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -2e^t \end{bmatrix}$.
 請找出方程 $\frac{d\vec{y}}{dt} = A\vec{y} + \vec{f}(t)$ 的通解
 (general solution) (25%)

4) 已知 $J_n(x) = x^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{2m}}{2^{2m+n} \cdot m! \cdot \Gamma(n+m+1)}$ 為

Bessel function of the first kind of order n ,

其中 Γ 代表 Gamma 函數, $\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^n dt$

($n > -1$), $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$. 已知關係式

$\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] = f(x) J_{n+1}(x)$ 成立, 求 $f(x)$.

(25%)