

國立中央大學102學年度碩士班考試入學試題卷

所別：土木工程學系碩士班 大地組(一般生) 科目：常微分方程式 共 1 頁 第 1 頁
 本科考試禁用計算器

*請在試卷答案卷(卡)內作答

1) 考慮方程 $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{d}{dt}\left(\frac{y}{t}\right) + \frac{2y}{t^2} = t^{-2}$, $t > 0$, 請求出 $y(t)$ 的通解。 (25%)

2) 已知 Laplace transform $F(s) = \frac{e^{-6s}}{(s+4)^2}$, 而且 $F(s)$ 的 inverse Laplace transform 為 $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$, 請求出 $f(7)$ 的數值 (即 $f(t)$ 在 $t=7$ 時的數值)。 (25%)

3) 方程 $x \frac{dy}{dx} - e^{-xy} + y = 0$ 的解 $y(x)$ 滿足初始條件 $y(1) = 0$ (即 $x=1$ 時 $y=0$), 請求出 $y(x)$ 。 (25%)

4) 考慮邊界值問題

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(\frac{\lambda}{x}\right)^2 y = 0, \quad \lambda > 0, \quad x > 0, \quad y(1) = y(e) = 0,$$

其中的 e 滿足 $\ln(e)=1$, 而且 λ^2 代表特徵值, 請求出此邊界值問題的特徵函數 $y(x)$ 。 (25%)

參考用

