

國立中央大學98學年度碩士班考試入學試題卷

所別：遙測科技碩士學位學程碩士班 科目：應用數學 共 1 頁 第 1 頁

*請在試卷答案卷(卡)內作答

九十八學年度太遙中心遙測科技碩士學位學程「應用數學」

- 一、假設有同維度且滿秩的 \mathbf{X} , \mathbf{Y} 與 \mathbf{Z} 方陣, 僅其依序相乘的結果為單位方陣。試證明 \mathbf{Y} 之逆陣(Inverse)等於 \mathbf{Z} 與 \mathbf{X} 之乘積。(16%)
- 二、已知平面坐標系統中存在兩條直線如下, $y = mx + a$ 和 $y = nx + b$; 數值上, $m \neq n$ 與 $a \neq b$ 。試寫出該直線交點的解析答案, 並列舉自行驗算式子。(17%)
- 三、設有兩個隨機變量, x 及 y , 並已知其聯合機率密度函數 $f(x, y)$ 。試以積分式子或統計平均方式, 定義 x 與 y 各別的方差(Variance), x 與 y 間的協方差, 和 x 與 y 間的相關係數。(17%)

- 四、已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, (a) 求此矩陣之固有值(eigenvalues)及固有向量(eigenvectors) (10%), (b) 利用固有值及固有向量特性, 求此矩陣之反矩陣(請寫下

詳細計算) (10%), (c) 利用反矩陣解聯立方程式 $\begin{cases} x + 2y + z = 6 \\ -x + y + 2z = 3 \\ x + z = 2 \end{cases}$ (6%)。

- 五、求以下各微分方程式的解。

(a) $y'' + 3y' - 4y = -4x^2 + 2x + 2$ (8%)

(b) $x^2y'' + axy' + by = 0$ (a, b 是實數) (8%)

- 六、求以下函數的傅立葉轉換。(8%)

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x} + e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

參考用