

國立中央大學97學年度碩士班考試入學試題卷

所別：遙測科技碩士學位學程碩士班 科目：應用數學 共 / 頁 第 / 頁

\*請在試卷答案卷(卡)內作答

1. 求以下各式之運算結果，請考慮無窮多項。

(a)  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \dots = (5\%)$

(b)  $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \dots = (5\%)$

2. 求以下各積分，其中常數  $m, n$  為大於零的整數， $\mu, \sigma$  為大於零的實數。

(a)  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx) \cdot \cos(nx) dx = (5\%)$

(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx = (5\%)$

(c)  $\int_{-\infty}^{\infty} x^4 \cdot \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx = (10\%)$

3. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ ，(a)求此矩陣之反矩陣 (10%)；(b)求此矩陣之特征

有值(eigenvalues)及固有向量(eigenvectors) (10%)。

4. 已知矩陣  $M = \begin{bmatrix} A_{2 \times 2} & B_{2 \times 1} \\ C_{1 \times 2} & D_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$  是一個 3 乘 3 矩陣，其中  $A$  是有反矩陣的 2 乘 2

矩陣； $B$  是 2 乘 1 矩陣； $C$  是 1 乘 2 矩陣； $D$  是 1 乘 1 的數(矩陣)。求此矩陣  $M$  之反矩陣  $M^{-1}$  ( $MM^{-1} = I$ )，請用  $A, B, C, D$  表示。(15%)

5. 求以下各微分方程式的解。

(a)  $y'' + 3y' + 2y = 2e^{-x} \quad (10\%)$

(b)  $x^2 y'' + 3xy' + y = -4x^{-3} \quad (10\%)$

(c)  $\begin{cases} y_1' = -y_1 + 4y_2 + 4t^2 + 2t + 2 \\ y_2' = 3y_1 - 2y_2 - 2t^2 - 8t \end{cases}, y_1(0) = 2, y_2(0) = 2 \quad (15\%)$

參考用